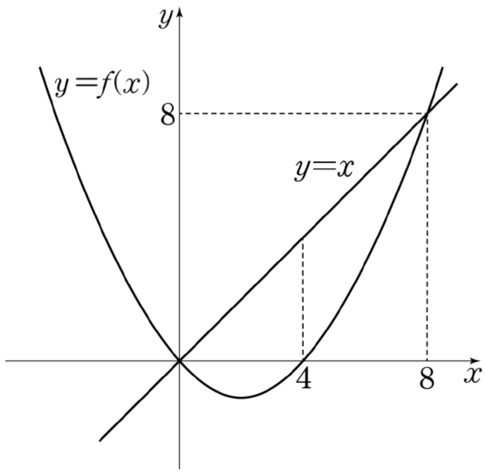
<A형>

가위로 잘라서 붙이시면 됩니다.

(이 파일은 A4 용지로 인쇄하여 실제 시험지에 붙이기에 적합하게끔 제작되었습니다.)

[14～15] 좌표평면에서 점 $(4, 0)$을 지나는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 두 점 $(0, 0)$과 $(8, 8)$에서 만난다. 14번과 15번의 두 물음에 답하시오.



14. 부등식

$$\log_2\{x-f(x)\}<2$$

를 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]

① 12　② 16　③ 20　④ 24　⑤ 28

15. 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 곡선 $y=\log_n x$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표 중 큰 값을 a_n이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_n > 4$

ㄴ. $a_{n+1} < a_n$

ㄷ. $a_n \geq 5$를 만족시키는 n의 개수는 2이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=p\times(1-p)^{x-1} \quad (x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이다. 다음은 $\mathrm{E}(X)$와 $\mathrm{V}(X)$를 구하는 과정이다.
(단, p는 1보다 작은 양의 상수이고, $\lim\limits_{x\to\infty}x^2(1-p)^x=0$이다.)

주어진 식에서

$$\mathrm{E}(X)=\sum_{x=1}^{\infty}px\times(1-p)^{x-1}$$

$$=\sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{x-1}{1-p}-x\right)(1-p)^x+\boxed{(가)}$$

$$=\sum_{x=1}^{\infty}\{(x-1)(1-p)^{x-1}-x(1-p)^x\}+\boxed{(가)}$$

$$=\boxed{(가)}$$

이다. 마찬가지 방법으로,

$$\mathrm{E}(X^2)=\sum_{x=1}^{\infty}px^2\times(1-p)^{x-1}$$

$$=\sum_{x=1}^{\infty}\left\{\frac{(x-1)^2}{1-p}-x^2\right\}(1-p)^x+\boxed{(나)}$$

$$=\boxed{(나)}$$

이다. 따라서,

$$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$$

이므로

$$\mathrm{V}(X)=\boxed{(다)}$$

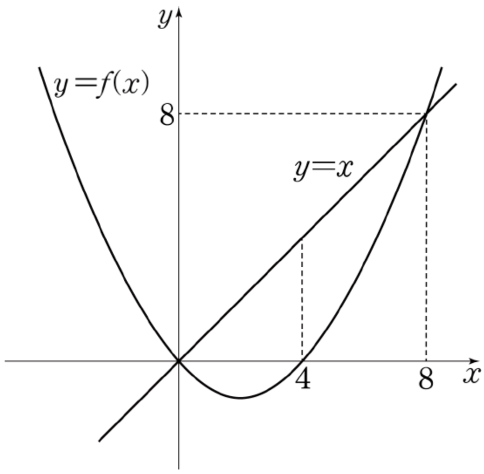
이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(p)$, $g(p)$, $h(p)$라 할 때, $f\left(\frac{1}{3}\right)+g\left(\frac{1}{4}\right)-h\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

<B형>

[14~15] 좌표평면에서 점 $(4,\ 0)$을 지나는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 두 점 $(0,\ 0)$과 $(8,\ 8)$에서 만난다. 14번과 15번의 두 물음에 답하시오.



14. 부등식

$$\log_2\{x-f(x)\}<2$$

를 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

15. 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 곡선 $y=\log_n x$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표 중 큰 값을 a_n이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_n > 4$

ㄴ. $a_{n+1} < a_n$

ㄷ. $a_n \geq 5$를 만족시키는 n의 개수는 2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=p\times(1-p)^{x-1} \quad (x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이다. 다음은 $\mathrm{E}(X)$와 $\mathrm{V}(X)$를 구하는 과정이다.
(단, p는 1보다 작은 양의 상수이고, $\lim\limits_{x\to\infty} x^2(1-p)^x=0$이다.)

주어진 식에서

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \sum_{x=1}^{\infty} px\times(1-p)^{x-1}\\ &= \sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{x-1}{1-p}-x\right)(1-p)^x+\boxed{(가)}\\ &= \sum_{x=1}^{\infty}\{(x-1)(1-p)^{x-1}-x(1-p)^x\}+\boxed{(가)}\\ &= \boxed{(가)}\end{aligned}$$

이다. 마찬가지 방법으로,

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty} px^2\times(1-p)^{x-1}\\ &= \sum_{x=1}^{\infty}\left\{\frac{(x-1)^2}{1-p}-x^2\right\}(1-p)^x+\boxed{(나)}\\ &= \boxed{(나)}\end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$$

이므로

$$\mathrm{V}(X)=\boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(p)$, $g(p)$, $h(p)$라 할 때, $f\left(\frac{1}{3}\right)+g\left(\frac{1}{4}\right)-h\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

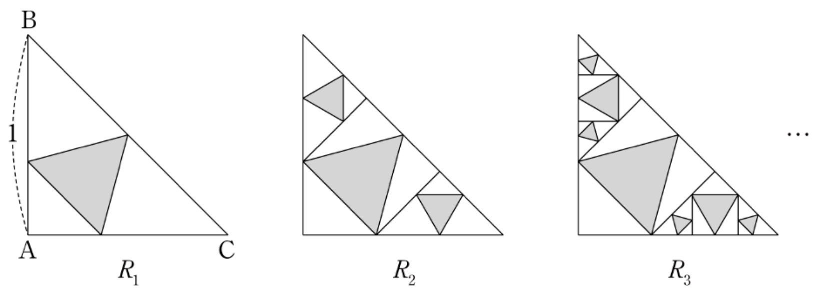
① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

19. $\angle A = 90°$이고 $\overline{AB} = 1$인 직각이등변삼각형 ABC에 내접하는 정삼각형 중에서 빗변의 중점을 한 꼭짓점으로 하는 정삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

정삼각형의 꼭짓점 중 선분 AB와 선분 AC 위에 있는 꼭짓점에서 빗변에 수선의 발을 내릴 때 만들어지는 두 직각이등변삼각형에 대하여 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 정삼각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

두 정삼각형의 꼭짓점 중 선분 AB와 선분 AC 위에 있는 꼭짓점에서 빗변에 수선의 발을 내릴 때 만들어지는 4개의 직각이등변삼각형에 대하여 그림 R_2를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 정삼각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{13} - \frac{\sqrt{3}}{26}$　② $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{24}$　③ $\frac{3}{11} - \frac{\sqrt{3}}{22}$

④ $\frac{3}{10} - \frac{\sqrt{3}}{20}$　⑤ $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{18}$